5. Übungsblatt zu der Vorlesung

"Analysis und Lineare Algebra für Informatiker"

Frankfurt, den 9.11.2015

Abgabetermin: 16.11.2015, 10:00 – vor der Vorlesung

17.) Es sei $B = \{v_1, ..., v_n\}$ eine Basis eines n - dimensionalen Vektorraums V. Geben Sie – mit Begründung – eine Teilmenge A von V an, die folgende Eigenschaften hat:

(I) Es ist $|A| = n + 1$ und $B \subsetneq A$.

(II) Jede n - elementige Teilmenge von A ist eine Basis von V.

(4 Punkte)

18.) Bestimmen Sie den Kern und das Bild von folgenden linearen Abbildungen:

i) $f_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} : \; f_1(x_1, x_2, x_3) = 4x_1 - x_2 + 6x_3\,;$

ii) $f_2 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 : \; f_2(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 - x_2,\, 3x_1 + x_3)\,;$

iii) $f_3 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 : \; f_3(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2 + 3x_3,\, -2x_1 + 2x_2 - 6x_3)\,.$

(6 Punkte)

19.) Entscheiden Sie – mit Begründung – für welche natürlichen Zahlen n eine lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ existiert, für die gilt: $Kern(f) = Bild(f)$.

(4 Punkte)

20.) Berechnen Sie die folgenden Matrix-Produkte:

i) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ -3 & 7 & 1 \\ -4 & 6 & 8 \end{pmatrix}\,;$

ii) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & -7 & 4 \\ 0 & 3 & -8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ -6 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}\,;$

iii) $\begin{pmatrix} 2 & 11 & 3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ 6 & -2 & 7 \\ 0 & 3 & 8 \end{pmatrix}\,.$

(6 Punkte)