$$3x^3 \cdot y'(x^3) + (x^2+1) \cdot y(x^3) = 0 \quad (1.)$$

$z(x) = x \cdot y(x^3)$ Substitution

$$\Rightarrow z'(x) = x \cdot y'(x^3) \cdot 3x^2 + y(x^3)$$
$$= 3x^3 \cdot y'(x) + y(x^3)$$

Wir formen (1.) um

$$3x^3 \cdot y'(x^3) + (x^2+1) \cdot y(x^3) = 0$$
$$\Leftrightarrow 3x^3 \cdot y'(x^3) + x^2 \cdot y(x^3) + y(x^3) = 0$$
$$\Leftrightarrow \underbrace{3x^3 \cdot y'(x^3) + y(x^3)}_{z'(x)} + x \cdot \underbrace{x \cdot y(x^3)}_{z(x)} = 0$$

$$\Rightarrow \quad z'(x) + x \cdot z(x) = 0$$
$$\Rightarrow \quad \frac{dz}{dx} = -x \cdot z$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{dz}{z} = -x \cdot dx$$
$$\Leftrightarrow \quad \int \frac{dz}{z} = \int -x\,dx$$
$$\Rightarrow \quad \ln|z| = -\frac{1}{2}x^2 + c$$
$$\Rightarrow \quad z = \tilde{c} \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

Rücksubstitution:

$$z(x) = x \cdot y(x^3) = \tilde{c} \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}$$
$$\Rightarrow \quad y(x^3) = \tilde{c} \cdot \frac{1}{x} \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}$$