

**Unterlagen für die Lehrkraft****Abiturprüfung 2007****Mathematik, Grundkurs****1. Aufgabenart**

1 Analysis

**2. Aufgabenstellung**

siehe Prüfungsaufgabe

**3. Materialgrundlage****4. Bezüge zu den Vorgaben 2007****1. Inhaltliche Schwerpunkte**

- Untersuchung von ganzrationalen Funktionen in Sachzusammenhängen
- Untersuchungen von Wirkungen
- Flächenberechnung durch Integration

**2. Medien/Materialien**

- entfällt

**5. Zugelassene Hilfsmittel**

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

**6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen****6.1 Modelllösungen****Modelllösung a)**

Ansatz:  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ;  $a \neq 0$ ; Die „Übersetzung“ des Textes führt zu:

(1):  $f(0) = 0$  ; (2):  $f'(0) = 144$  ; (3):  $f(8) = 128$  ; (4):  $f''(8) = 0$  .

Aus (1) und (2) folgt  $d = 0$  und  $c = 144$ . Aus (3) und (4) unter Beachtung der Ergebnisse

für  $c$  und  $d$  :  $-1024 = 512a + 64b$   $\wedge$   $48a + 2b = 0$

$\Leftrightarrow$   $-16 = 8a + b$   $\wedge$   $b = -24a$

$\Leftrightarrow$  ...  $\Leftrightarrow$   $a = 1$   $\wedge$   $b = -24$  ( $f'''(x) \neq 0$  für alle  $x$ )

**Modelllösung b)**

$$f(0) = 0, \text{ also } S_x(0|0); \quad t^3 - 24t^2 + 144t = 0 \Leftrightarrow t \cdot (t^2 - 24t + 144) = 0 \Leftrightarrow \dots$$

liefert die Nullstellen  $t_1 = 0$  und  $t_{2/3} = 12$ .

$$\text{Extremstellen: } f'(t) = 3t^2 - 48t + 144 \text{ und } f''(t) = 6t - 48$$

$$3t^2 - 48t + 144 = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow t = 4 \vee t = 12$$

Wegen  $f''(4) < 0$  und  $f''(12) > 0$  ergeben sich die relativen Extrempunkte  $H(4|256)$  und  $T(12|0)$ .

**Modelllösung c)**

Der Graph zeigt, dass etwa nach einer Stunde die Zuflussgeschwindigkeit bei  $120 \text{ m}^3/\text{h}$  liegt ( $f(1) = 121 > 120$ ). Da der Graph in diesem Bereich ansteigt, wird die  $120 \text{ m}^3/\text{h}$ -Marke bereits etwas früher erreicht. Der abfallende Graph liegt bei der achten Stunde noch deutlich über  $120$  ( $f(8) = 128$ ). Für das Zeitintervall  $[t_1; t_2]$ , in dem die Zuflussgeschwindigkeit mindestens  $120 \text{ m}^3/\text{h}$  beträgt, gilt also:  $t_1 < 1$  und  $t_2 > 8$ .

Der Zeitraum ist demzufolge länger als 7 Stunden.

(Hilfreich ist eine Parallele zur  $t$ -Achse durch  $P(0|120)$ .)

**Modelllösung d)**

$$\int_0^{12} f(t) dt = \left[ \frac{1}{4} t^4 - 8t^3 + 72t^2 \right]_0^{12} = 1728 \text{ (als Flächenmaßzahl der zu berechnenden Fläche)}$$

Da  $f$  die Zuflussgeschwindigkeit pro Stunde angibt, wird so die Wassermenge, die insgesamt im Zuflusszeitraum in den Stausee fließt, bestimmt:  $1728 \text{ m}^3$ .

**Modelllösung e)**

$$\int_0^2 f(t) dt = [F(t)]_0^2 = 228. \text{ In den ersten zwei Stunden fließen insgesamt } 228 \text{ m}^3 \text{ zu.}$$

Gesucht ist ein Intervall  $[x; x+2]$  mit  $0 \leq x \leq 10$ , so dass  $\int_x^{x+2} f(t) dt$  maximal wird.

$$\text{Die Volumenfunktion } V \text{ zu } V(x) = \int_x^{x+2} f(t) dt = \left[ \frac{1}{4} (x+2)^4 - 8(x+2)^3 + 72(x+2)^2 - \frac{1}{4} x^4 + 8x^3 - 72x^2 \right]$$

ist dann auf Extremstellen zu untersuchen.

**6.2 Teilleistungen – Kriterien****Teilaufgabe a)**

|   | Anforderungen                                    | maximal<br>erreichbare<br>Punktzahl<br>(AFB) <sup>1</sup> |
|---|--|---|
|   | Der Prüfling                                     |   |
| 1   | leitet aus den Angaben ein Gleichungssystem her. | 4 (II)  |
| 2   | bestimmt die Lösungen des Gleichungssystems.     | 6 (II)  |
| 3   | gibt den Funktionsterm an.                       | 2 (I)   |
| Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet. |  |   |

**Teilaufgabe b)**

|   | Anforderungen                          | maximal<br>erreichbare<br>Punktzahl<br>(AFB) |
|---|--|--|
|   | Der Prüfling                           |  |
| 1   | berechnet $S_y$ und die Nullstellen.   | 5 (I)  |
| 2   | berechnet die ersten zwei Ableitungen. | 3 (I)  |
| 3   | bestimmt die relativen Extrempunkte.   | 6 (II)                                       |
| Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet. |  |  |

**Teilaufgabe c)**

|   | Anforderungen  | maximal<br>erreichbare<br>Punktzahl<br>(AFB) |
|---|--|--|
|   | Der Prüfling   |  |
| 1   | begründet, dass der Zeitraum länger als 7 Stunden ist. | 4 (II)                                       |
| Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet. |  |  |

**Teilaufgabe d)**

|   | Anforderungen                 | maximal<br>erreichbare<br>Punktzahl<br>(AFB) |
|---|-------------------------------|--|
|   | Der Prüfling                  |  |
| 1   | bestimmt eine Stammfunktion.  | 3 (II)                                       |
| 2   | berechnet die Flächenmaßzahl. | 4 (I)  |
| 3   | interpretiert das Ergebnis.   | 2 (II)                                       |
| Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet. |                               |  |

<sup>1</sup> AFB = Anforderungsbereich

**Teilaufgabe e)**

|   | Anforderungen  | maximal<br>erreichbare<br>Punktzahl<br>(AFB) |
|---|--|--|
|   | Der Prüfling   |  |
| 1   | berechnet die Wassermenge der ersten zwei Stunden.                   | 4 (I)  |
| 2   | ermittelt einen rechnerischen Ansatz mit Hilfe der Integralrechnung. | 5 (III)                                      |
| 3   | beschreibt den Lösungsweg.   | 2 (III)                                      |
| Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet. |  |  |

**7. Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit**

Name des Prüflings: \_\_\_\_\_ Kursbezeichnung: \_\_\_\_\_

Schule: \_\_\_\_\_

**Teilaufgabe a)**

| Anforderungen  |                            | Lösungsqualität                     |                 |    |    |
|--|----------------------------|-------------------------------------|-----------------|----|----|
|  | Der Prüfling               | maximal erreichbare Punktzahl (AFB) | EK <sup>2</sup> | ZK | DK |
| 1  | leitet aus den ...         | 4 (II)                              |                 |    |    |
| 2  | bestimmt die Lösungen ...  | 6 (II)                              |                 |    |    |
| 3  | gibt den Funktionsterm ... | 2 (I)                               |                 |    |    |
| Sachlich richtige Alternativen (12):<br>.....<br>..... |                            |                                     |                 |    |    |
| <b>Summe Teilaufgabe a)</b>                            |                            | <b>12</b>                           |                 |    |    |

**Teilaufgabe b)**

| Anforderungen  |                            | Lösungsqualität                     |    |    |    |
|--|----------------------------|-------------------------------------|----|----|----|
|  | Der Prüfling               | maximal erreichbare Punktzahl (AFB) | EK | ZK | DK |
| 1  | berechnet $S_y$ und ...    | 5 (I)                               |    |    |    |
| 2  | berechnet die ersten ...   | 3 (I)                               |    |    |    |
| 3  | bestimmt die relativen ... | 6 (II)                              |    |    |    |
| Sachlich richtige Alternativen (14):<br>.....<br>..... |                            |                                     |    |    |    |
| <b>Summe Teilaufgabe b)</b>                            |                            | <b>14</b>                           |    |    |    |

**Teilaufgabe c)**

| Anforderungen   |                         | Lösungsqualität                     |    |    |    |
|---|-------------------------|-------------------------------------|----|----|----|
|   | Der Prüfling            | maximal erreichbare Punktzahl (AFB) | EK | ZK | DK |
| 1   | begründet, dass der ... | 4 (II)                              |    |    |    |
| Sachlich richtige Alternativen (4):<br>.....<br>..... |                         |                                     |    |    |    |
| <b>Summe Teilaufgabe c)</b>                           |                         | <b>4</b>                            |    |    |    |

<sup>2</sup> EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

**Teilaufgabe d)**

| Anforderungen   |                               | Lösungsqualität                     |    |    |    |
|---|-------------------------------|-------------------------------------|----|----|----|
| Der Prüfling  |                               | maximal erreichbare Punktzahl (AFB) | EK | ZK | DK |
| 1   | bestimmt eine Stammfunktion.  | 3 (II)                              |    |    |    |
| 2   | berechnet die Flächenmaßzahl. | 4 (I)                               |    |    |    |
| 3   | interpretiert das Ergebnis.   | 2 (II)                              |    |    |    |
| Sachlich richtige Alternativen (9):<br>.....<br>..... |                               |                                     |    |    |    |
| <b>Summe Teilaufgabe d)</b>                           |                               | <b>9</b>                            |    |    |    |

**Teilaufgabe e)**

| Anforderungen  |                                   | Lösungsqualität                     |    |    |    |
|--|-----------------------------------|-------------------------------------|----|----|----|
| Der Prüfling   |                                   | maximal erreichbare Punktzahl (AFB) | EK | ZK | DK |
| 1  | berechnet die Wassermenge ...     | 4 (I)                               |    |    |    |
| 2  | ermittelt einen rechnerischen ... | 5 (III)                             |    |    |    |
| 3  | beschreibt den Lösungsweg.        | 2 (III)                             |    |    |    |
| Sachlich richtige Alternativen (11):<br>.....<br>..... |                                   |                                     |    |    |    |
| <b>Summe Teilaufgabe e)</b>                            |                                   | <b>11</b>                           |    |    |    |

|                        |  |           |  |  |  |
|------------------------|--|-----------|--|--|--|
| <b>Summe insgesamt</b> |  | <b>50</b> |  |  |  |
|------------------------|--|-----------|--|--|--|

**Die Festlegung der Gesamtnote der Prüfungsleistung erfolgt auf dem Bewertungsbogen einer Aufgabe aus der Aufgabengruppe 2.**