Lineare Algebra, Übung 5

1) Man beweise, dass die Polynome Q und P in Satz 17 eindeutig bestimmt sind.

(Hinweis: Man beschränke sich auf den Fall $G = 0$.)

2) Wir betrachten Polynome

$$G(x) = 3x^5 + 2x^4 - x^3 + 3x^2 - 4x + 7, \quad F(x) = x^2 - 2x + 1.$$

Man finde ein Polynom Q und eine Polynom P mit $\deg P \leq 1$, so dass

$$G = Q \cdot F + P.$$

3) Jede rationale Zahl $u \in \mathbb{Q}$, kann man eindeutig in der Form schreiben

$$u = \frac{p}{q},$$

wobei $p, q \in \mathbb{Z}$, $q > 0$ und $g.g.T.(p, q) = 1$. Es sei

$$F(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$$

ein Polynom mit $a_i \in \mathbb{Z}$ und so dass $a_0 \neq 0$ und $a_n \neq 0$. Es sei $F(u) = 0$. Man beweise $q | a_n$ und $p | a_0$.

Man finde alle Nulstellen $u \in \mathbb{Q}$ des folgenden Polynoms

$$x^4 - 5x^3 + 6x^2 + 4x - 8.$$

4) Wir betrachten die Polynome:

$$F = x^2 + x + 1, \quad G = x^2 + 2x - 4$$

Man finde Polynome P, Q, deren Grade ≤ 1 sind, so dass

$$P \cdot F + Q \cdot G = 1.$$

Man finde eine Identität von Funktionen

$$\frac{1}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 2x - 4)} = \frac{U}{x^2 + x + 1} + \frac{V}{x^2 + 2x - 4},$$

wobei U und V Polynome sind, deren Grade ≤ 1 sind. (Das nennt man eine Partialbruchzerlegung.)

Abgabe bis Donnerstag, 19.5.2016, 14:00