

Steigung und Tangenten von Kurven

1. Bestimmen Sie die Steigung der Kurve beim angegebenen Wert des Parameters t .

a) Ellipse: $x(t) = 3 \cos(t), y(t) = 2 \sin(t)$ $t = \frac{\pi}{4}$

b) Strophoide: $x(t) = \frac{t^2 - 1}{t^2 + 1}, y(t) = \frac{t \cdot (t^2 - 1)}{t^2 + 1}$ $t = 2$

c) Kartesisches Blatt: $x(t) = \frac{t}{1+t^3}, y(t) = \frac{t^2}{1+t^3}$ $t = 1$

2. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente im Punkt $P(1,5/\sqrt{3})$ an die Ellipse aus Aufgabe 1.

3. Bestimmen Sie die Punkte mit waagrechten Tangenten zum kartesischen Blatt aus Aufgabe 1.

4. Bestimmen Sie die Parameterwerte t , für die die Strophoide aus Aufgabe 1 waagrechte Tangenten hat.

5. Gegeben ist die Kurve in Parameterdarstellung:

$$x(t) = \frac{1}{2}t - 1 \quad y(t) = t^2 - 2t \quad \text{für} \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Bestimmen Sie den Parameterwert t und den Punkt $P(x/y)$ mit waagrechter Tangente.

b) Geben Sie die Funktionsgleichung der Kurve in expliziter Darstellung $y = f(x)$ an und bestimmen Sie damit den Punkt mit waagrechter Tangente.

c) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve für $t = 4$.

6. Zeichnen Sie die archimedische Spirale $r(\varphi) = \frac{1}{2}\varphi$.

7. Gegeben ist die Kardioide in Polarform: $r(\varphi) = 1 + \cos(\varphi)$.

a) Geben Sie die Punkte $P(x/y)$ an, die zu den folgenden Werten von φ gehören.

$$\varphi = 0; \quad \frac{\pi}{4}; \quad \frac{\pi}{3}; \quad \frac{\pi}{2}; \quad \frac{3}{4}\pi; \quad \pi; \quad \frac{3}{2}\pi; \quad 2\pi.$$

Zeichnen Sie die Kardioide in ein (x,y) -Koordinatensystem.

b) Bestimmen Sie den Winkel φ des Punktes $P(-\frac{1}{4}/-\frac{\sqrt{3}}{4})$ der Kardioide.