Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik
Dr. Miriam Dieter

SS 2015

Übungen zur Stochastik II

Blatt 9

Aufgabe 26 (2+2+3+5 Punkte)

Für eine stetige Zufallsvariable X gilt

$$f(x) = \begin{cases} c(x-2) & , \ 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & , \ \text{sonst} \end{cases} .$$

(a) Bestimmen Sie c derart, dass die obige Funktion $f(x)$ eine Dichtefunktion ist.

(b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion der Zufallsvariable X.

(c) Berechnen Sie $P\big(X > 2,1\big)$ und $P\big(2,1 < X < 2,8\big)$.

(d) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz der Zufallsvariable X.

Aufgabe 27 (3+3+3 Punkte)

Es sei X eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion f_X, Erwartungswert $E(X)$ und Varianz $V(X)$. Beweisen Sie, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt:

(a) $E(aX + b) = aE(X) + b$,

(b) $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

(c) $V(aX + b) = a^2 V(X)$

Aufgabe 28 (3+3+3 Punkte)

Eine stetige Zufallsvariable X habe die Dichte

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & , \ -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & , \ \text{sonst} \end{cases} .$$

(a) Überprüfen Sie, ob die Funktion $f(x)$ die geforderten Dichteeigenschaften besitzt.

(b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F_X(x)$ und skizzieren Sie deren Verlauf.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P\big(|X| \leq 0,5\big)$.

Abgabe: Freitag, 19.06.2015, zu Beginn der Vorlesung um 10:15

Präsenzübung

Es sei $\Phi : \mathbb{R} \to [0,1]$ mit

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right) dt \quad \text{für alle } t \in \mathbb{R}$$

die Gaußsche Verteilungsfunktion. Beweisen Sie, dass gilt:

(a) Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$, also $\Phi(0) = \frac{1}{2}$

(b) Φ ist beliebig oft differenzierbar; es gilt $\Phi' = \varphi$

(c) $\lim\limits_{x\to\infty} \Phi(x) = 1$ und $\lim\limits_{x\to-\infty} \Phi(x) = 0$

(d) Φ hat bei 0 eine Wendestelle

(e) $\Phi(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$

(f) Φ ist für alle $x \in \mathbb{R}$ streng monoton steigend