Aufgabe 8 *5 Punkte*

a) Zeigen Sie, evt. mit Induktion, dass

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{(3-k)3^{k-1}}{k!} = \frac{3^n}{n!} - 1$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

b) Zeigen Sie, dass die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(3-k)3^{k-1}}{k!}$$

konvergent ist und bestimmen Sie den Grenzwert der Reihe.

Aufgabe 9 *Jede Teilaufgabe 5 Punkte*

Überprüfen Sie die Reihen

$$a) \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k^2+1}+2} \qquad b) \quad \sum_{k=3}^{\infty} \frac{\binom{k}{3}}{k!} \qquad c) \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2+3k+5}{(k+1)(k+5)} \qquad d) \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2+2}{2^k}.$$

auf Konvergenz und absolute Konvergenz.

Aufgabe 10 *5 Punkte*

Zeigen Sie

$$\cos(nz) = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} (-1)^k \binom{n}{2k} \sin^{2k}(z) \cos^{n-2k}(z) \quad , n \in \mathbb{N}, z \in \mathbb{C}.$$

Hinweis: Binomischer Lehrsatz und $e^{inz} = (e^{iz})^n$.
Notation: Für eine reele Zahl $a \in \mathbb{R}$ ist $\lfloor a \rfloor$ die grösste Zahl aus $\mathbb{Z}$, die kleiner als a ist, d.h. $\lfloor a \rfloor = \sup\{k \in \mathbb{Z} : k \leq a\}$.