



Ingenieurmathematik I

Übung 3

1. Unvollständige Induktion (6 Punkte)

Begründen Sie warum folgende Beweise falsch sind und geben Sie die Stelle an bei der ein korrekt ausgeführter Beweis mittels *vollständiger Induktion* scheitert.

i) **Behauptung:** Alle natürlichen Zahlen $n \geq 2$ sind gerade.

Beweis. Durch unvollständige Induktion:

Wähle $n = 2$. Man kann n schreiben als $n = 1 \cdot 2$, also ist n durch 2 teilbar.

$$\Rightarrow n = 2 \text{ gerade} \Rightarrow n \geq 2 \text{ gerade.}$$

□

ii) **Behauptung:** Sei $n \in \mathbb{N}_0$. Dann ist $2 \cdot n + 1$ eine gerade Zahl.

Beweis. Durch unvollständige Induktion:

• **Induktionsvoraussetzung:** Es existiert ein $m_0 \in \mathbb{N}_0$ mit $2m_0 = 2n + 1$.

• **Induktionsschritt:** Zu zeigen: Es gibt ein $m_1 \in \mathbb{N}_0$ mit $2m_1 = 2(n+1)+1$.

$$2(n+1)+1 = (2n+1)+2 = 2m_0+2 = 2 \cdot (m_0+1).$$

Definiere $m_1 := m_0 + 1$, damit folgt

$$2(n+1)+1 = 2m_1.$$

□

2. Vollständige Induktion (17 Punkte)

Zeigen Sie mittels *vollständiger Induktion*, dass folgende Aussagen gelten.

- a) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ für $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$.
b) $2^n < n! < n^n$ für $n \geq 4, n \in \mathbb{N}$.

3. Summenzeichen (7 Punkte)

a) Schreiben Sie die folgenden Summen explizit aus (ohne Ausrechnen):

- $\sum_{n=0}^5 2^n$
- $\sum_{k=5}^{10} \frac{1}{k(k+1)}$
- $\sum_{x=0}^3 \frac{1}{n}$
- $\sum_{k=1}^4 \sum_{i=k}^4 i$

b) Schreiben Sie mit Hilfe des Summenzeichens:

- $3^2 + 4^2 + \dots + 20^2$
- $1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3 \cdot 2}x^3 + \dots + \frac{1}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}x^6$

4. Kurvendiskussion (23 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f(t) = e^{-\frac{1}{2}t} \cos(2t)$$

- a) Geben Sie den *maximalen Definitionsbereich* D der Funktion $f(t)$ an.
b) Bestimmen Sie *den Grenzwert* $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$. Begründen Sie, warum man keine Aussage über $\lim_{t \rightarrow -\infty} f(t)$ treffen kann.
c) Bestimmen Sie die *reellen Nullstellen* der Funktion $f(t)$.
d) Bestimmen Sie die *lokalen Extrema* der Funktion $f(t)$.
e) Skizzieren Sie die Funktion $f(t)$ im Bereich $-\pi \leq t \leq \pi$.

Abgabe: Die Hausaufgaben müssen bis spätestens Dienstag 07. 11. 2017, 10:00 Uhr, im Postkasten bei Zimmer C.0.42 (FAN) oder direkt in der Übung (H 24 - Maria Treimer) abgegeben werden. Spätere Abgaben werden nicht gewertet!