Lineare Algebra, Übung 11

1) Man bringe die folgenden Matrizen aus $M(3 \times 4, \mathbb{R})$ mit Zeilenoperationen auf Zeilen-Stufenform:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 5 & 9 \end{pmatrix} \qquad A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

Es sei $I \subset \mathbb{R}^3$ die lineare Hülle der Spalten der ersten (bzw. zweiten) Matrix. Man gebe in beiden Fällen eine Basis von I an.

2) Es sei $A \in M(n \times n, K)$. Angenommen es existiert eine Matrix $B \in M(n \times n, K)$, so dass $B \cdot A = E_n$.

Man beweise, dass $A \cdot B = E_n$.

3) Es sei L der Unterraum des $\mathbb{R}^4$, der aus allen Vektoren

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$$

besteht, so dass die folgenden Gleichungen erfüllt sind:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ -x_1 & + & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 0 \\ x_1 & + & 5x_2 & + & 7x_3 & + & x_4 & = & 0. \end{array}$$

Man gebe eine Basis von L an.

4) Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3, \mathbb{Q}).$$

Man finde eine Matrix $B \in M(3 \times 3, \mathbb{Q})$, so dass $AB = E_3$ und $BA = E_3$.

Abgabe bis Donnerstag, 30.6.2016, 14:00