Zu zeigen ist also: D(a) + D(b) = D(a+b) und λD(a) = D(λa)

Es seien a und b zwei Polynome in P_n. Somit lassen sie sich wie folgt schreiben.

$a = \sum_{i=0}^{k} a_i \cdot x^i$ und $b = \sum_{i=0}^{m} b_i \cdot x^i$ mit k,m ≤ n

Die Abbildung D auf beide angewandt ergibt:

$D(a) = \sum_{i=1}^{k} i \cdot a_i \cdot x^{i-1}$ und $D(b) = \sum_{i=1}^{m} i \cdot b_i \cdot x^{i-1}$

Die Summe dieser beiden ist:

$$D(a+b) = \sum_{i=1}^{\max(k,m)} i \cdot (a_i + b_i) \cdot x^{i-1}$$

Die Summe von a und b ist:

$$a + b = \sum_{i=0}^{\max(k,m)} (a_i + b_i) \cdot x^i$$

Darauf D angewandt:

$$D(a+b) = \sum_{i=1}^{\max(k,m)} i \cdot (a_i + b_i) \cdot x^{i-1}$$

Erster Teil geschafft, nun der zweite. Das Polynom a mit einem Skalar λ multipliziert ergibt:

$$\lambda a = \lambda \cdot \sum_{i=0}^{k} a_i \cdot x^i = \sum_{i=0}^{k} \lambda \cdot a_i \cdot x^i$$

Darauf D angewandt:

$$D(\lambda a) = \sum_{i=1}^{k} \lambda \cdot i \cdot a_i \cdot x^{i-1}$$

Die Abbildung D(a) mit einem Skalar λ multipliziert ergibt:

$$\lambda \cdot D(a) = \lambda \cdot \sum_{i=1}^{k} i \cdot a_i \cdot x^{i-1} = \sum_{i=1}^{k} \lambda \cdot i \cdot a_i \cdot x^{i-1}$$

Damit sind beide Bedingungen erfüllt. Die Abbildung D somit eine lineare Abbildung.