Prof. Dr. Sebastian Noelle
Prof. Dr. Mike Espig

Mathematatische Grundlagen I (CES), WS 2014/15

Hausaufgabenübung Blatt 1

24.10.2014

Abgabe: 31.10.2014, 12 Uhr,
(Rogowski → rechte Treppe → Treppenhaus 2.Stock → blauer Abgabekasten)

Hinweise zur Abgabe :

- Die Hausaufgaben sind **einzeln** abzugeben.
- Geben Sie auf Ihren Abgaben Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und die **Nummer der Selbstrechenübungsgruppe**, der Sie sich zugeordnet haben, an.
- In Ihrem Interesse: **Tackern** Sie Ihre Abgaben. Lose Zettel können schnell verloren gehen - für den Verlust loser Zettel haften wir nicht!

Aufgabe 1. **(Abbildungen)**
Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv, surjektiv oder bijektiv?

a) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ f(x) := |x|,$,
b) $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ g(x) := |x|$,
c) $h : \mathbb{N} \to \mathbb{Z},\ h(x) := |x|$

Geben Sie eine Abbildungen mit den folgenden Eigenschaften an und begründen Sie:

d) $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist injektiv, aber nicht surjektiv.
e) $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist surjektiv, aber nicht injektiv.

0.5+0.5+0.5+0.5+0.5 Punkte

Aufgabe 2. **(Relationen)**

a) Sei $M = \{\frac{m}{n} :\ m, n \in \mathbb{Z},\ n \neq 0\}$ die Menge aller Brüche. Zeigen Sie, dass durch
$$\frac{a}{b} \sim \frac{c}{d} \iff bc = ad$$
eine Äquivalenzrelation auf M definiert ist.
b) Beschreiben Sie möglichst genau die Menge aller Äquivalenzklassen, in die M bezüglich $\sim$ zerfällt.

2+1 Punkte

Aufgabe 3. **(Abbildungen)**

a) Seien $p_1(x) = x^2 + 1$ und $p_2(x) = x^3 + 5x - 1$. Bestimmen Sie $f = p_1 \circ p_2$ und $g = p_2 \circ p_1$.
b) Sei $h(x) = \frac{1}{(x-2)(x-1)}$. Geben Sie den maximalen Definitionsbereich von h, $h \circ p_1$ und $p_1 \circ h$ an.
c) Sei $k_a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $k_a(x) = x^4 + ax^4 + 2$ und Parameter $a \in \mathbb{R}$. Geben Sie den Wertebereich von k_a in Abhängigkeit von a an.

Hinweis: Der Wertebereich einer Funktion $f\colon A \to B$ ist die Menge $W_f := f(A) = \{y \in B : \exists x \in A \text{ mit } f(x) = y\} \subseteq B$, also das Bild der Funktion.

1+1.5+1.5 Punkte

Aufgabe 4. **(Vollständige Induktion)**

Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ die folgende Gleichheit gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

3 Punkte