Prof. Dr. Valentin Blomer Wintersemester 2016/17

Lineare Algebra und Analytische Geometrie
Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Zeigen Sie durch vollständige Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \Big(\sum_{k=1}^{n} k\Big)^2.$$

Aufgabe 2. Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass jede Teilung der Ebene mit n Geraden mit zwei Farben eingefärbt werden kann, so dass je zwei Teile mit einer gemeinsamen Kante nie von der gleichen Farbe sind.

Aufgabe 3. Beweisen Sie für beliebige (evtl. also auch leere) Mengen A und B folgende Aussagen:

a) Es gilt

$$\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) \quad \text{und} \quad \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B).$$

b) Genau dann gilt $\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$, wenn $B \subseteq A$ oder $A \subseteq B$ ist.

Aufgabe 4. Es seien X, I beliebige Mengen und $(X_i)_{i \in I}$ eine Familie von Teilmengen von X (d.h. die Komplementbildung findet bezüglich X statt). Zeigen Sie die zweite de Morgan'sche Regel

$$\Big(\bigcup_{i \in I} X_i\Big)^{\mathsf{c}} = \bigcap_{i \in I} X_i^{\mathsf{c}}.$$

Abgabe bis Montag, 24. Oktober, 10 Uhr in den Übungskästen, maximal in Zweiergruppen.